

NEW
MATHEMATICS
(गणित)
(311)

New Syllabus / नया पाठ्यक्रम

Time : 3 Hours]

समय : 3 घण्टे]

[Maximum Marks : 100

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- (1) This question paper consists of four Sections A, B, C and D containing 33 questions.
 - (2) Question number 1 to 10 in Section A are multiple choice questions (MCQ). Each question carries one mark. In each question there are four choices (A), (B), (C), (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your answer book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No separate time is allotted for attempting MCQ.
 - (3) Question number 11 to 16 in Section B are very short answer questions and carry 2 marks each.
 - (4) Question number 17 to 28 in Section C are short answer questions and carry 4 marks each.
 - (5) Question number 29 to 33 in Section D are long answer questions and carry 6 marks each.
 - (6) All questions are compulsory. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- (1) इस प्रश्नपत्र में कुल 33 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों A, B, C तथा D में विभाजित हैं।
 - (2) खण्ड-A में प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के रूप में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं जिन में से कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर पुस्तिका में (A), (B), (C) तथा (D) में जो सही हो उत्तर के रूप में लिखना है। बहुविकल्पीय प्रश्न हल करने के लिए अलग से समय नहीं दिया गया है।
 - (3) खण्ड-B में प्रश्न संख्या 11 से 16 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 2 अंक निर्धारित हैं।
 - (4) खण्ड-C में प्रश्न संख्या 17 से 28 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 4 अंक निर्धारित हैं।
 - (5) खण्ड-D में प्रश्न संख्या 29 से 33 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 6 अंक निर्धारित हैं।
 - (6) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में, आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।

SECTION - A

खण्ड - A

1 The matrix $\begin{bmatrix} 0 & -7 & 5 \\ 7 & 0 & 11 \\ -5 & -11 & 0 \end{bmatrix}$ is a

- (A) diagonal matrix (B) symmetric matrix
(C) skew symmetric matrix (D) scalar matrix

आव्यूह $\begin{bmatrix} 0 & -7 & 5 \\ 7 & 0 & 11 \\ -5 & -11 & 0 \end{bmatrix}$ एक

- (A) विकर्ण आव्यूह है (B) सममित आव्यूह है
(C) विषम सममित आव्यूह है (D) अदिश आव्यूह है

2 Let $f: R \rightarrow R$ be defined by $f(x) = \sin x$ and $g: R \rightarrow R$ be defined by $g(x) = x^2$, then $f \circ g$ is

माना $f: R \rightarrow R$, $f(x) = \sin x$ द्वारा परिभाषित है तथा $g: R \rightarrow R$, $g(x) = x^2$ से परिभाषित है, तो $f \circ g$ का मान है

- (A) $x^2 \sin x$ (B) $(\sin x)^2$
(C) $\frac{\sin x}{x^2}$ (D) $\sin x^2$

- 3 If $\tan^{-1}x = \frac{\pi}{10}$ for some $x \in R$, then value of $\cot^{-1}x$ is

1

यदि $\tan^{-1}x = \frac{\pi}{10}$, $x \in R$ हो, तो $\cot^{-1}x$ का मान है

- (A) $\frac{\pi}{5}$ (B) $\frac{2\pi}{5}$
(C) $\frac{3\pi}{5}$ (D) $\frac{4\pi}{5}$

- 4 The negation of the statement
"It is raining and weather is cold" is

1

- (A) It is not raining and weather is cold.
(B) It is raining or weather is not cold.
(C) It is not raining and weather is not cold.
(D) It is not raining or weather is not cold.

निम्नलिखित कथन -

"वर्षा हो रही है तथा मौसम ठंडा है" का निषेधन है

- (A) वर्षा नहीं हो रही तथा मौसम ठंडा है ।
(B) वर्षा हो रही है या मौसम ठंडा नहीं है ।
(C) वर्षा नहीं हो रही और मौसम ठंडा नहीं है ।
(D) वर्षा नहीं हो रही या मौसम ठंडा नहीं है ।

5 The angle between the vectors $\hat{i}-\hat{j}$ and $\hat{j}-\hat{k}$ is

1

सदिशों $\hat{i}-\hat{j}$ तथा $\hat{j}-\hat{k}$ के बीच का कोण है

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $-\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{5\pi}{6}$

6 The function $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + \cos x & , \text{ if } x \neq 0 \\ k & , \text{ if } x = 0 \end{cases}$ is continuous at $x=0$,

1

then value of k is

फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + \cos x & , \text{ यदि } x \neq 0 \\ k & , \text{ यदि } x = 0 \end{cases}$ $x=0$ पर सतत है, तो k का मान है

(A) 3

(B) 1

(C) 2

(D) 1.5

7 The differential coefficient of $\sin^{-1}(1-2x^2)$ is

1

$\sin^{-1}(1-2x^2)$ का अवकल गुणांक है

(A) $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$

(B) $\frac{-2x}{\sqrt{1-x^2}}$

(C) $2\sqrt{1-x^2}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$



8 $\int e^x(\cos x - \sin x)dx$ is equal to

$\int e^x(\cos x - \sin x)dx$ का मान है

(A) $e^x \cos x + c$

(B) $e^x \sin x + c$

(C) $-e^x \cos x + c$

(D) $-e^x \sin x + c$

9 The value of $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{dx}{1 + \cos 2x}$ is

$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{dx}{1 + \cos 2x}$ का मान है

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

10 The order and degree of the differential equation $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2 = \frac{d^2y}{dx^2}$ respectively are

अवकल समीकरण $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2 = \frac{d^2y}{dx^2}$ की क्रमशः कोटि तथा घात है

(A) 1, 2

(B) 2, 2

(C) 2, 1

(D) 4, 2



SECTION - B

खण्ड - B

11 If $\begin{bmatrix} 2x+1 & 2y \\ 0 & y^2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3 & 10 \\ 0 & 26 \end{bmatrix}$, then find the value of $(x+y)$. 2

यदि $\begin{bmatrix} 2x+1 & 2y \\ 0 & y^2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3 & 10 \\ 0 & 26 \end{bmatrix}$ हो, तो $(x+y)$ का मान ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find the value of x such that x का मान ज्ञात कीजिए जिस से

$$[1 \ x \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 15 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = O$$

where O is a zero matrix.जब कि O एक शून्य आव्यूह है।

- 12 Show that the relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by 2
 $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में एक सम्बन्ध R है जो $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ से परिभाषित है। दर्शाइए कि सम्बन्ध R स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न ही संक्रामक है।

13 Evaluate :

2

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

14 Find the derivative of $\tan^{-1} \left[\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right]$ w.r.t. x .

2

x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए : $\tan^{-1} \left[\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right]$

15 Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and

2

$$\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}.$$

सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ एवं $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए ।

16 Find the component statements of each of the following statements :

2

(a) The sky is blue and the grass is green.

(b) $\sqrt{2}$ is a rational number or an irrational number.

निम्नलिखित मिश्र कथनों के घटक कथन ज्ञात कीजिए :

(a) आकाश नीला है और घास हरी है ।

(b) $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है अथवा अपरिमेय संख्या है ।

SECTION - C

खण्ड - C

17 Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$. Find A', B' and $(A+B)'$.

Show that $(A+B)' = A'+B'$

माना $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, ज्ञात कीजिए : A', B' तथा $(A+B)'$

दर्शाइए कि $(A+B)' = A'+B'$

18 Using properties of determinants, show that :

सारणिक के गुणों का उपयोग करके सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

OR / अथवा

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, then show that A satisfies the equation $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$

where O and I are null and identity matrix of order 3 respectively.

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ हो, तो दर्शाइए कि A समीकरण $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$ को

संतुष्ट करता है जबकि O तथा I , कोटि 3 के शून्य तथा एकक आव्यूह हैं।

- 19 Show that the four points A, B, C and D whose position vectors are $(4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k})$, $(-\hat{j} - \hat{k})$, $(3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k})$ and $(-4\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k})$ respectively are coplanar.

दर्शाइए कि चार बिन्दु A, B, C तथा D जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $(4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k})$, $(-\hat{j} - \hat{k})$, $(3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k})$ तथा $(-4\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k})$ हैं, समतलीय हैं ।

- 20 Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{13}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right)$

सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{13}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right)$

- 21 Let $f: R \rightarrow R$ be defined as $f(x) = \frac{2x-1}{3}$. Prove that f is a bijection and hence find inverse of f .

माना $f: R \rightarrow R$, $f(x) = \frac{2x-1}{3}$ द्वारा परिभाषित है । सिद्ध कीजिए कि फलन f एकैकी आच्छादन है । अतः f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।

- 22 Examine the continuity of $f(x) = |x-b|$ at $x=b$.

फलन $f(x) = |x-b|$ के $x=b$ पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए ।



23 If $y = \log(\sec x + \tan x)$, find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = \log(\sec x + \tan x)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

24 Find the equation of tangent and normal to the curve

$$x^3 + x^2 + 3xy + y^2 = 6 \text{ at the point } (1, 1).$$

वक्र $x^3 + x^2 + 3xy + y^2 = 6$ के बिन्दु $(1, 1)$ पर स्पर्शिका और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Find the interval in which the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$ is

(a) increasing

(b) decreasing.

वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$

(a) वर्धमान है

(b) हासमान है ।

25 Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2\theta}{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta} d\theta$$

26 Solve the differential equation :

4

अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = 2 \sin^2 x \cos x$$

27 Find the equation of a line through the point $(3, -1, 2)$ and parallel to the planes $4x + 5y - 7z = 10$ and $2x + 3y - z = 4$.

4

बिन्दु $(3, -1, 2)$ में से होकर समतलों $4x + 5y - 7z = 10$ तथा $2x + 3y - z = 4$ के समान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

28 Evaluate :

4

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sqrt{1+x-2x^2} dx$$

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{x^2 - x + 1}$$



SECTION - D

खण्ड - D

- 29 Using matrix method, solve the following system of linear equations : 6
आव्यूह विधि का प्रयोग करके निम्न रेखिक समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$y + 3z = 11$$

$$x - 2y + z = 0$$

OR / अथवा

Using elementary transformations, find the inverse of the matrix A given below :
प्रारंभिक स्थानांतरण विधि का प्रयोग करके निम्न आव्यूह A का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- 30 Find the radius of a closed right circular cylinder of volume 100 cu.cm. which has the minimum surface area. 6

100 घन सेमी आयतन तथा न्यूनतम पृष्ठ क्षेत्रफल वाले लम्बवृत्तीय बंद बेलन की त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Find the local maxima and local minima for the function

$$f(x) = x^4 - 62x^2 + 120x + 9$$

फलन $f(x) = x^4 - 62x^2 + 120x + 9$ के लिए स्थानीय उच्चिष्ठ तथा स्थानीय निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए ।

- 31 Find the equation of the plane passing through the points $(2, 1, -1)$ and $(-1, 3, 4)$ and perpendicular to the plane $x - 2y + 2 = 0$. 6

बिन्दुओं $(2, 1, -1)$ तथा $(-1, 3, 4)$ से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $x - 2y + 2 = 0$ पर लम्ब है।

- 32 Find the area common to two parabolas $x^2 = 4ay$ and $y^2 = 4ax$, using integration. 6

समाकलन द्वारा परवलय $x^2 = 4ay$ तथा $y^2 = 4ax$ के उभयनिष्ठ भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- 33 Solve the following linear programming problem graphically : 6

Minimize $Z = 2x - 10y$

Subject to constraints

$$x - y \geq 0$$

$$x - 5y \leq -5$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

आलेखी द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

न्यूनतम $Z = 2x - 10y$

निम्न प्रतिबन्धों के अन्तर्गत

$$x - y \geq 0$$

$$x - 5y \leq -5$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$



OLD

MATHEMATICS

(गणित)

(311)

Old Syllabus / पुराना पाठ्यक्रम

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- This Question Paper consists of two Sections, viz., 'A' and 'B'.
 - All* questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.
 - Section 'B' has two options. Candidates are required to attempt questions from one option only.

- निर्देश :**
- इस प्रश्न-पत्र में दो खण्ड हैं - खण्ड 'अ' तथा खण्ड 'ब' ।
 - खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों को हल करना है । कुछ प्रश्नों के अन्तर्गत विकल्प दिये गये हैं।
 - खण्ड 'ब' में दो विकल्प हैं । परीक्षार्थियों को केवल एक विकल्प के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।



SECTION - A

खण्ड - अ

- 1 The third term of an A.P. is 13 and the 8th term is 12 more than its 5th term. 2
Find the 20th term of the A.P.

एक समांतर श्रेणी का तीसरा पद 13 है तथा 8वां पद 5वें पद से 12 अधिक है ।
समांतर श्रेणी का 20वां पद ज्ञात कीजिए ।

- 2 Find the equation of circle concentric with the circle $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 5 = 0$ 2
and having radius 5.

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 5 = 0$ का संकेन्द्री है तथा
जिसकी त्रिज्या 5 है ।

- 3 If $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{8, 10, 12, 14\}$, $C = \{14, 16, 18, 20\}$, 2
find (i) $A \cup (B \cap C)$ and (ii) $A \cap (B \cap C)$

यदि $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{8, 10, 12, 14\}$, $C = \{14, 16, 18, 20\}$ है,

तो (i) $A \cup (B \cap C)$ एवं (ii) $A \cap (B \cap C)$ ज्ञात कीजिए ।



- 4 If $f(x) = x^2 - 4$ and $g(x) = 2x + 5$, find $f \circ g$ and $g \circ f$.

यदि $f(x) = x^2 - 4$ तथा $g(x) = 2x + 5$ है, तो $f \circ g$ तथा $g \circ f$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = 4x^3 - 5$ is a one-one function.

दर्शाइए कि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ जो $f(x) = 4x^3 - 5$ द्वारा परिभाषित है, एकैकी है।

- 5 Prove that

सिद्ध कीजिए कि

$$\cos^{-1} \frac{4}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \cos^{-1} \frac{33}{65}$$

- 6 If $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 56$, find the value(s) of n .

यदि $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 56$ है, तो n के मान ज्ञात कीजिए।



- 7 A question paper consists of 10 questions divided into two parts A and B. Each part contains 5 questions. A candidate is required to attempt in all 6 questions out of at least 2 should be from part A and at least 2 from part B. In how many ways can a candidate select the questions if he can answer all questions equally well ? 2

एक प्रश्नपत्र जिसमें 10 प्रश्न हैं, को दो भागों A तथा B में बांटा गया है। प्रत्येक भाग में 5 प्रश्न हैं। एक परीक्षार्थी को कुल 6 प्रश्न करने हैं जिनमें से कम से कम 2 भाग A से तथा कम-से कम 2 भाग B से हों। परीक्षार्थी कितने तरीकों से प्रश्नों का चयन कर सकता है यदि वह सभी प्रश्नों को समान रूप से सही हल कर सकता है ?

- 8 If $1, w, w^2$ are cube-roots of unity, then prove that 2

यदि $1, w, w^2$ इकाई के एक घनमूल हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $(1+w-w^2)^3 = -8$

- 9 Evaluate : 3

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} dx$$

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \log |\tan x| dx$$

10 Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3 \tan^2 x}$$

OR / अथवा

If $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$, show that $(1-x^2) \frac{dy}{dx} = 1+xy$.

यदि $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$, दर्शाइए $(1-x^2) \frac{dy}{dx} = 1+xy$.

11 Using properties of determinants, prove the following :

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

OR / अथवा

If $2X+3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ and $3X+2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$, find X and Y

यदि $2X+3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $3X+2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ हैं, तो X तथा Y ज्ञात कीजिए ।

- 12 If α, β are roots of the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$; form an equation whose roots are $2\alpha + \beta$ and $\alpha + 2\beta$. 3

यदि α, β द्विघाती समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल हैं, तो वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $2\alpha + \beta$ तथा $\alpha + 2\beta$ हैं।

OR / अथवा

Find the modulus of the complex number $(1+i)(4-3i)$.

सम्मिश्र संख्या $(1+i)(4-3i)$ का मापांक ज्ञात कीजिए।

- 13 An urn contains 8 white balls and 2 green balls. A sample of three balls is drawn at random from it. What is the probability that the sample contains at least one green ball? 3

एक घड़े में 8 सफेद तथा 2 हरी गेंदें हैं। घड़े में से यादृच्छया 3 गेंदों का प्रतिदर्श निकाला गया। प्रायिकता क्या है कि प्रतिदर्श में कम से कम एक हरी गेंद है ?

- 14 If $x=at^2$ and $y=2at$, find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x=at^2$ तथा $y=2at$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

If $y=\log(x+\sqrt{1+x^2})$, then show that $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}=0$.

यदि $y=\log(x+\sqrt{1+x^2})$ है, तो दर्शाइए कि $(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}=0$.

- 15 Solve the following differential equation :

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^{-x}, \quad x > 0$$



16 Find the mean and variance of the following data :

4

निम्न आँकड़ों के लिए माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिए :

Classes : (वर्ग)	0-4	4-8	8-12	12-16	Total
Frequency : (बारंबारता)	4	8	2	1	15

17 Find the equation of the parabola whose focus is $(3, -4)$ and the directrix is

4

the line $x+1=0$.

उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि बिंदु $(3, -4)$ है तथा जिसकी नियता

रेखा $x+1=0$ है ।

18 Find the term independent of x in the expansion of $\left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^{10}$.

4

$\left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^{10}$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद ज्ञात कीजिए ।



- 19 Find the equation of the line passing through the point (5, 6) such that the segment of the line intercepted between the axes is bisected at this point.

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (5, 6) से होकर जाती है तथा जिसका अक्षों के बीच अंतःखंडित भाग इस बिंदु पर समद्विभाजित होता है ।

- 20 Find the general solution of the trigonometric equation $2 \sin^2 \theta + \sqrt{3} \cos \theta + 1 = 0$.

त्रिकोणमितीय फलन $2 \sin^2 \theta + \sqrt{3} \cos \theta + 1 = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Using sine formula, prove the following :

साइन फार्मूले का प्रयोग कर निम्न सिद्ध कीजिए :

$$a(\cos C - \cos B) = 2(b - c) \cos^2 \frac{A}{2}$$

- 21 Find the area of the region enclosed between the curves $y = x^2$ and $y = x + 6$.

वक्रों $y = x^2$ तथा $y = x + 6$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

Show that :

दर्शाइए कि :

$$\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} dx = \pi$$

- 22 Find four numbers in A.P. whose sum is 20 and the sum of whose squares is 120. 6

एक समांतर श्रेणी की ऐसी चार संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 20 है तथा जिनके वर्गों का योग 120 है ।

- 23 Using matrices, solve the following system of equations : 6

आव्यूहों के प्रयोग से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x+2y-3z=6, \quad 3x+2y-2z=3, \quad 2x-y+z=2$$

- 24 A square piece of tin of side 18 cm is to be made into a box without top by cutting a square from each corner and folding up the flaps. What should be side of the square to be cut off so that the volume of the box is maximum ? 6

18 सेमी भुजावाले एक वर्गाकार टिन के टुकड़े के प्रत्येक कोनों से एक वर्ग काटकर तथा उसके पल्लों (flaps) को मोड़कर एक बिना ढक्कन का एक बक्सा बनाना है । काटे गए वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए, कि बनाए गए बक्से का आयतन अधिकतम है ।



SECTION - B

खण्ड - ब

OPTION - I

विकल्प - I

(Vectors and Three-Dimensional Geometry)

(सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

- 25 Show that the following two lines are coplanar. Also find the equation of the plane containing them. 2

दर्शाइए कि निम्न दो रेखाएँ समतलीय हैं। उनको अन्तर्विष्ट करने वाले तल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+2}{-5}, \quad \frac{x-5}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{3}$$

- 26 Find the equation of the plane passing through the points $(-1, 2, 3)$ and $(2, -3, 4)$, which is perpendicular to the plane $3x + y - z + 5 = 0$.

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं $(-1, 2, 3)$ तथा $(2, -3, 4)$ से होकर जाता है तथा समतल $3x + y - z + 5 = 0$ पर लंबवत है।

OR/अथवा

Find the centre and radius of the following circle :

निम्न वृत्त का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 11 = 0 \text{ and (तथा) } x + 2y + 2z = 15$$



- 27 Given $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b}=12$, find $|\vec{a} \times \vec{b}|$. 4

दिया है कि $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b}=12$ है, तो $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ज्ञात कीजिए ।

- 28 Determine a unit vector parallel to the resultant of two vectors 6

$$\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} \text{ and } \vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}.$$

दो सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ के परिणामी सदिश के समांतर एक इकाई सदिश ज्ञात कीजिए ।

OPTION - II

विकल्प - II

(Mathematics for Commerce, Economics and Business)

(वाणिज्य, अर्थशास्त्र तथा व्यापार के लिए गणित)

- 25 Show that the slope of the average cost curve (AC) is equal to $\frac{1}{x}(MC - AC)$, 2

where MC is the marginal cost for the cost function $C = 9x^3 + 7x^2 + 2x + 3$.

दर्शाइए कि औसत लागत वक्र (AC) की ढाल $\frac{1}{x}(MC - AC)$ है, जबकि कुल लागत फलन

$C = 9x^3 + 7x^2 + 2x + 3$ तथा MC सीमांत लागत है ।

- 26 Construct by simple average of price relative method the price index for 2004, taking 2001 as base year from following data : 3

निम्न आँकड़ों से मूल्यानुपातों की सरल माध्य विधि से 2001 को आधार वर्ष मानकर 2004 के लिए मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए :

Commodity (वस्तु)	A	B	C	D	E	F
Price in 2001 (मूल्य 2001 में)	60	50	60	50	25	20
Price in 2004 (मूल्य 2004 में)	75	60	75	70	35	30

- 27 A person of age 25 years takes an insurance policy of sum assured ₹ 50,000 for 30 years term. Calculate the premium for yearly payment assuming following details : 4

एक व्यक्ति जिसकी आयु 25 वर्ष है, ₹ 50,000 की बीमा पालिसी 30 वर्षों के लिए लेता है। निम्न विवरण के अनुसार वार्षिक भुगतान के लिए प्रीमियम गणना कीजिए :

- (i) Tabular premium (per ₹ 1000)

(तालिका प्रीमियम / ₹ 1000) ₹ 40

- (ii) Less rebate for large sum assured

(अधिक बीमा राशि के लिए छूट) ₹ 2 / ₹ 1000

- (iii) Less rebate for yearly payment

(वार्षिक भुगतान के लिए छूट) 3%

OR / अथवा

Ganesh & Sons produce 100 kg of chocolate biscuits per day at the cost of Rs. 50 per kg. If the excise duty is 5%, then how much duty has to be paid at the end of the month, if ₹ 20 is added to the cost.

गणेश एण्ड सन्स प्रतिदिन 100 किलोग्राम चाकलेट बिस्किट ₹ 50 प्रति किलोग्राम के रेट पर बनाती है। यदि उत्पाद कर (Excise duty) 5% की दर से है तो ज्ञात कीजिए कि मास के अंत में उसे कितना कर देना पड़ेगा यदि उत्पाद क्रय में ₹ 20 की बढ़ोतरी की जाए।

- 28 A man sells ₹ 4250 of 8% stock at 96 and invests the sale proceeds in 12% stock at 102. How much stock does he hold now ? 6

एक व्यक्ति 8% का ₹ 4250 का स्टॉक 96 के भाव से बेचता है तथा प्राप्त धन को 102 के भाव वाले 12% स्टॉक में निवेश करता है। अब उसके पास कितना स्टॉक है ?

